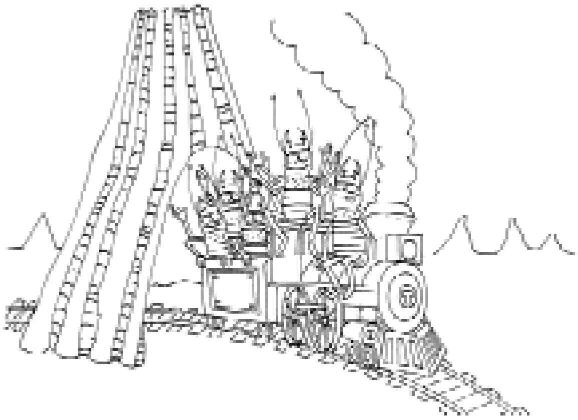
ЕХАЛИ ТЬЮРМИТЫ И ТРИМУВЬИ НА ... МАШИНЕ ТЬЮРИНГА



Математика и информатика замечательны тем, что вполне серьезные научные понятия этих областей, благодаря своему абстрактному существу, легко превращаются в занимательные игры.

Так произошло и с машиной Тьюринга. После того, как эта воображаемая конструкция, созданная еще в докомпьютерную эру, выполнила свою историческую задачу, став формальным определением алгоритма, появилось множество занимательных задач, с нею связанных.

Например, в статье Ed Pegg Jr. «2D Turing Machines», опубликованной в журнале Математической Ассоциации Америки (June 7, 2004, http://www.maa.org/editorial/mathgames/mathgames_06_07_04.html) приводится пример машины Тьюринга, содержащей пять состояний и алфавит из двух букв, делающей перед остановкой 47176870 шагов. Эту машину в 1990 придумали Марксен и Бантрок (Marxen & Buntrock). До сих пор неизвестно, можно ли придумать «двуцветную» (то есть работающую на алфавите из 2 букв) машину с числом состояний 5, делающую большее число шагов. Вот как выглядит таблица, описывающая эту машину (a – начальное, h – заключительное состояние).

	0	1
a	bL1	cR1
b	cL1	bL1
c	dL1	eR0
d	aR1	dR1
e	hL1	aR0

На рисунке 1 – первые шаги ее работы. Здесь слева указано состояние, а справа – положение считывающе-записывающей головки.

Если продолжить этот процесс, заменив 1 на черные точки, а 0 на белые, то после 1400 шагов получится картинка, изображенная на рисунке 2.

Машины такого типа получили название Занятых Бобров (Busy Beaver). Более точное определение – это машины Тьюринга с n состояниями и двоичным алфавитом, которые до своей остановки либо пишут на ленту максимальное число единиц (по сравнению с другими машинами с тем же числом состояний и алфавитом), либо делают максимальное число шагов. Таким образом, вышеописанную гипотезу, связанную с машиной Марксена и Бантрока, можно сформулировать так: «относится ли данная машина к классу Занятых Бобров или нет?».

После того, как результат работы машины Тьюринга был представлен картинкой, появилась идея немного расширить возможности этой машины, чтобы заставить головку перемещаться не вдоль прямолинейной ленты, а по плоскости. Для этого плоскость разбили на клетки, а перемещение головки дополнили командами влево, вправо. Получившиеся машины стали называть тьюрмитами, создав термин из слов «Тьюринг» и «термит». Первым, кто систематически стал изучать тюрмитов, был Кристофер Лэнгтон (Christopher Langton), и произошло это в 1985 году.

Одним из первых Тьюрмитов стал муравей Лэнгтона, который ведет себя очень просто: попав на белую клетку, красит ее в черный цвет и сворачивает вправо, попав на черную, красит ее в белый цвет и сворачивает влево. Вот первые результаты поведения муравья Лэнгтона на белой доске (рисунок 3).

```
{{a,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},15},
{b,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},14},
{c,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},13},
{d,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},12},
{a,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},13},
{c,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},14},
{e,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},15},
{a,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},16},
{b,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},15},
{c,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},14},
{d,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},13},
{d,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},14},
{d,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},15},
{d,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},16},
{d,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},17},
{a,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},18},
{b,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},17},
{b,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},16},
{b,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},15},
{b,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},14},
{b,{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},13}}
```

Рисунок 1.

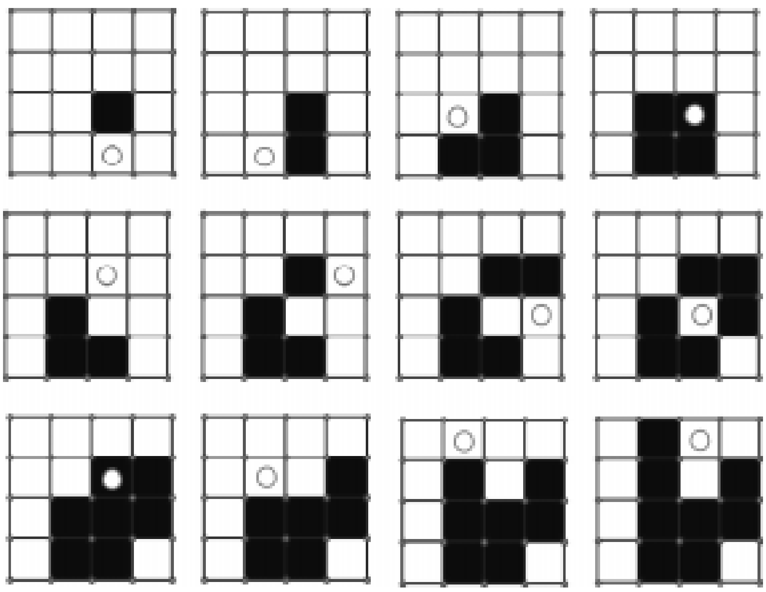


Рисунок 3.

Рисунок 2.

В программах, моделирующих тьюрмитов, последние обычно описываются таблицами. Муравью Лэнгтона соответствует такая таблица:

	w	r
a	a R r	a L w

Здесь a – единственное состояние, символы w, r – цвета клеток, например, w (white) – белый, r (red) – красный. В общем случае, к движениям R, L – вправо-влево (right-left), добавляется A – вперед (ahead), а иногда и B – назад (back).

А вот какая картинка получается дальше (рисунок 4).

За своеобразный вид эту картинку назвали «шоссе» (highway): из первоначальной вроде бы хаотичной структуры вдруг появляется хорошо структурированная прямолинейная конструкция, уходящая в бесконечность.

Небольшим изменением муравья Лэнгтона получается не очень эффектная, но очень любопытная для информатики конструкция, которая называется «бинарный счетчик».

	w	r
a	a R r	a **A** w

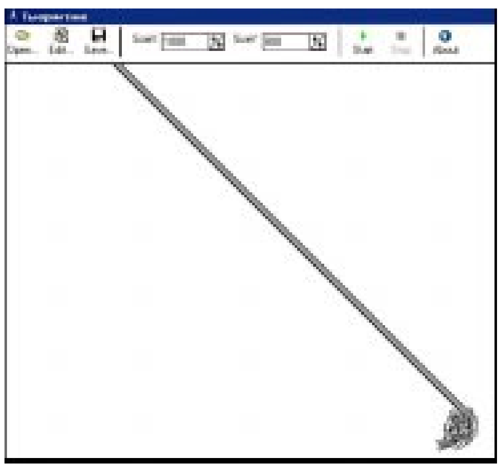


Рисунок 4.

На рисунке 5 показаны первые 12 шагов этого тьюрмита (смотреть надо сверху вниз, сначала первый столбец, за ним – второй). Видно, что тьюрмит двигается внутри горизонтальной полосы шириной в две клетки и через некоторое время повторяет шаги, сделанные левее от черты (около которой тьюрмит начал свою работу), справа от нее. Можно рассматривать создаваемые им полоски справа от черты как двоичные знаки числа. Тогда на четвертом шаге он «создал» единицу, на двенадцатом – двойку.

Проследите за тем, как он создаст тройку, четверку. Открытие того, что этот тьюрмит ведет счет, используя двоичную систему счисления, сделано Pegg E. Jr. и описано в цитированной выше статье «2D Turing Machines».

Сравните поведение этого тьюрмита с известным алгоритмом добавления к двоичному числу единицы: «двигаться от младших разрядов числа к старшим, заменяя единицы на нули, вплоть до первого нуля, который надо заменить на единицу и остановиться».

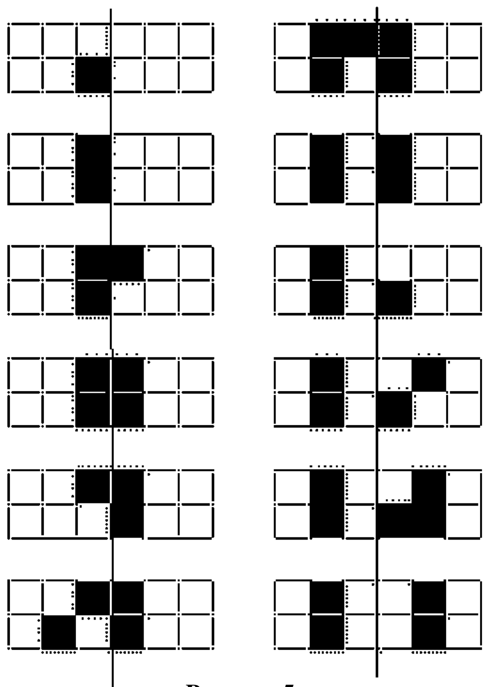
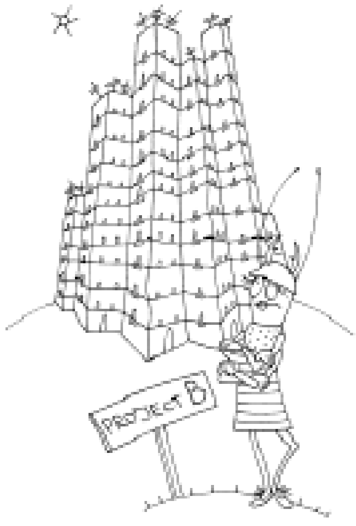


Рисунок 5.

Несомненно, что наш тьюрмит делает что-то похожее, но при этом у него совсем нет «памяти» – он имеет всего одно состояние – которую ему заменяет «окружающая среда», которую он же и создает! Попробуйте – для сравнения – построить обычную машину Тьюринга, делающую то же самое!



Это один из тех тьюрмитов, которые «не убегают за границы экрана». Ведь чтобы сделать полоску длиной 200, ему надо сделать никак не меньше, чем 2^{100} (около 10^{30}) шагов, а на это понадобится никак не меньше тысячи миллиардов лет! Попробуйте найти точное число шагов, за которое будет построена полоска длины 20.

Несколько лет назад Университет города Переславля провел конкурс на лучшего тьюрмита (http://up.botik.ru/~inform/thurmits/welcome.koi8.html). Конкурс был в двух номинациях: в одной оценивалась статическая картинка, которую рисует тьюрмит, в другом – динамическая. Организаторы и победители этого конкурса написали впоследствии несколько популярных статей о тьюрмитах, которые можно найти в сети Интернет (например, Олег Воронин, А.К.Дьюдни «Тьюрмиты – двумерные машины Тьюринга», http://oco.newmail.ru/a_turmite.htm; Константин Кноп «Тьюрмиты», «Компьютерра» № 18 от 11 мая 1998 года, О. Ворониным написана и свободно распространяемая удобная программа для моделирования работы тьюрмитов). Любопытно, что в первой из этих статей говорилось, что «можно пойти еще дальше и добавить третье измерение, чтобы тьюрмит перемещался в пространстве, но это уже для маньяков». Тем не менее, трехмерные термиты (Vants или 3D-Ants или Ants Ants Ants) появились. Мы будем называть их тримувьями. Для их создания предложены программы. Вот несколько картинок «следов» тримувьев с сайта Хейко Хаманна (Heiko Hamann) из Штудгартского университета (http://w3studi.informatik.uni-stuttgart.de/~hamannho/index.html), который предлагает тем, кто работает в среде Linux, небольшую программу для построения трехмерных картинок «следов» тримувьев.

На рисунке 6 представлены некоторые из них.

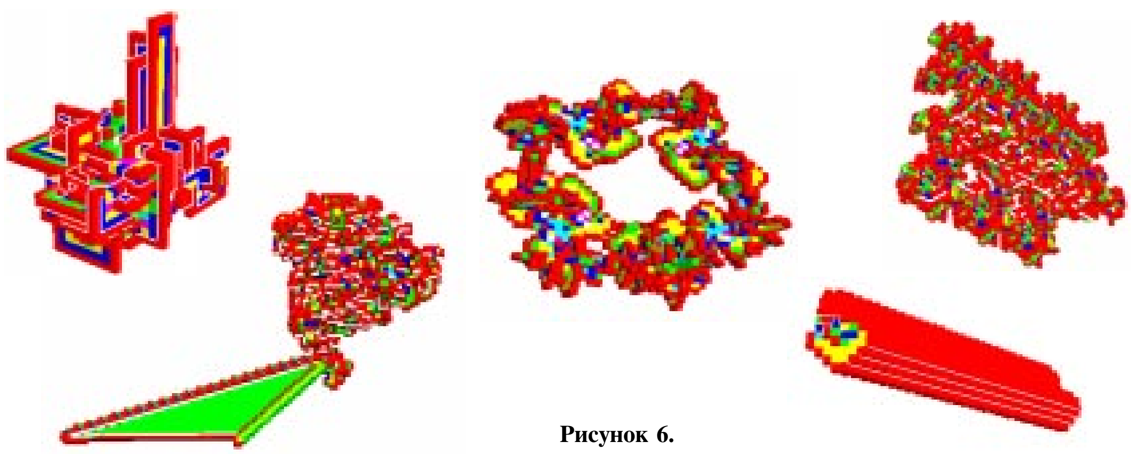


Рисунок 6.

Для тех, кто умеет рассматривать стереокартинки (смотрите сквозь картинку в «бесконечность», пока не достигнете эффекта объемности и не увидите на картинке тримувья), приводим одну из картинок из коллекции Х. Хаманна (рисунок 7).

В заключение советуем читателям обязательно поэкспериментировать с программами, моделирующими машину Тьюринга, тьюрмитов и тримувьев. Для тех, кто хочет узнать больше о конструкциях такого рода, советуем посетить сайт MarthWorld (Математический Мир) фирмы Wolfram Research (http://mathworld.wolfram.com/Turmite.html).

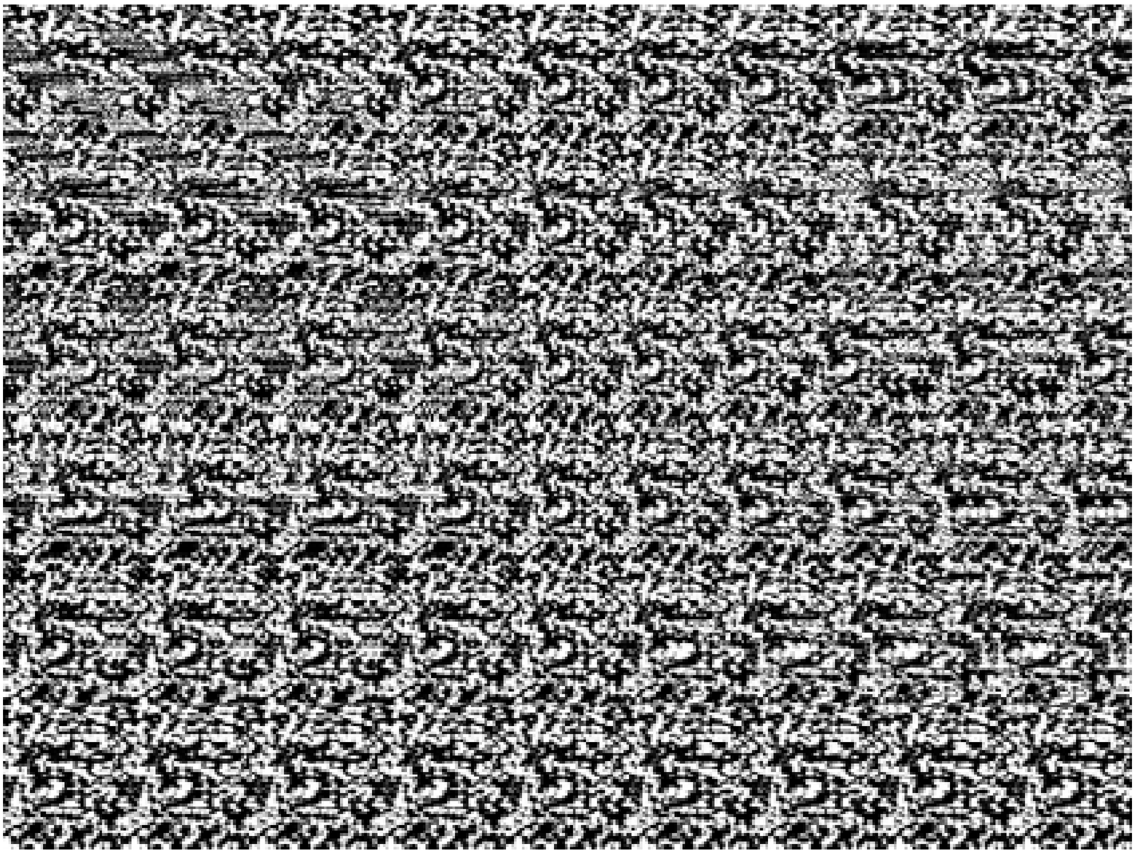


Рисунок 7.